Teoria Współbieżności

Ćwiczenie 7

Wiktor Satora 411502

11.01.2024

**Zwielowątkowienie eliminacji Gaussa**

# Niepodzielne czynności wykonywane przez algorytm

**W algorytmie rozróżnione są 3 rodzaje niepodzielnych operacji arytmetycznych:**

1. Dzielenie i-tego elementu k-tego wiersza przez i-ty element i-tego wiersza

Ak,i - wykonanie dzielenia Mk,i/Mi,i→ mk,i

1. Mnożenie j-tego elementu i-tego wiersza przez i-ty element k-tego wiersza

Bk,j,i - pomnożenie elementu Mi,j\*mk,i → nk,j,i

1. Odejmowanie j-tego elementu k-tego wiersza od j-tego element i-tego wiersza

Ck,j,i – odjęcie Mk,j-nk,j,i → Mk,j

Gdzie: Mk,j to pole macierzy o wierszu k i indeksie j,  
 m,n to zmienne pomocnicze do obliczeń z odpowiadającymi indeksami

# Alfabet teorii śladów

Σ = {Ak,i | 1≤i<r, i<k≤r} ∪ {Bk,j,i | 1≤i<r, i<k≤r, i≤j≤r+1} ∪ {Ck,j,i | 1≤i<r, i<k≤r, i≤j≤r+1}

Gdzie: r - rozmiar macierzy

# Relacja zależności

* dzielenie i mnożenie, jeżeli dzielony i mnożony wiersz są takie same, lub obie operacje są wykonywane w celu odjęcia tego samego wiersza

{(Ak,i,Bk,j,i) | Bk,j,i,Ak,i∈Σ})

* mnożenie i odejmowanie, jeżeli dotyczą tych samych wierszy, kolumn i wiersza, który ma być odjęty

{(Bk,j,i,Ck,j,i) | Bk,j,i,Ck,j,i∈Σ}

* odejmowanie i dzielenie, jeżeli którykolwiek z wierszy w dzieleniu jest taki sam jak wiersz od którego odejmujemy oraz indeks kolumny odejmowanej jest taki sam jak indeks kolumny w dzieleniu

{(Ckc,jc,ic,Aka,ia) | Ckc,jc,ic, Aka,ia } ∈ Σ ∧ jc=ia ∧ (kc=ia ∨ kc=ka)

* odejmowanie i mnożenie, jeżeli indeksy kolumn są takie same i wiersz od którego odejmujemy jest taki sam jak wiersz przez który mnożymy

{(Ckc,j,ic , Bkb,j,ib) | Bkb,j,ib , Ckc,j,ic }∈ Σ ∧ ib=kc

* odejmowanie i odejmowanie, jeśli kolumny są takie same, wiersze od których odejmujemy są takie same i odejmowane wiersze różnią się o 1.

{(Ck,j,i1 , Ck,j,i2) | Ck,j,i1 , Ck,j,i2 ∈ Σ}

Relację niezależności wyznaczamy w oparciu o relację zależności:

I = Σ2-D

# Opis algorytmu eliminacji Gaussa

Konstruujemy ciąg operacji odpowiadający algorytmowi eliminacji. Dla uproszczenia zdefiniujmy podciągi:

pk,i - odjęcie i-tego wiersza od k-tego skutkujące wyzerowaniem elementu Mk,i

pk,i = (Ak,i, Bk,i,i, Ck,i,i, Bk,i+1,i, Ck,i+1,i, …, Bk,r,i, Ck,r,i)

Cały algorytm eliminacji (bez podstawiania wstecz) wyraża się więc poprzez:

(p2,1, p3,1, …, pr,1, p3,2, p4,2, …, pr,2, …, pr-1,r-2, pr,r-2, pr,r-1)

# Graf Diekerta

Zbiór wszystkich bezpośrednich zależności zależności E:  
(krawędzie w grafie)

E1 = {(Ak,i,Bk,j,i) | Ak,i,Bk,j,i ∈ Σ}

E2 = {(Bk,j,i,Ck,j,i) | Bk,j,i,Ck,j,i ∈ Σ}

E3 = {(Ckc,j,ic,Bkb,j,ib) | Ckc,j,ic,Bkb,j,ib}∈ Σ ∧ kc=ib ∧ ic=ib-1 ∧ j≠ib}

E4 = {(Ck,j,i1,Ck,j,i2) | Ck,j,i1,Ck,j,i2 ∈ Σ ∧ i1=i2-1 ∧ i2≠j}

E5 = {(Ckc,j,ic,Aka,ia) | Ckc,j,ic,Aka,ia} ∈ Σ ∧ j=ia ∧ ic=ia-1 ∧ (kc=ka ∨ kc=ia)}

E = E1 ∪ E2 ∪ E3 ∪ E4 ∪ E5

# Klasy Foaty

Przyjmując n=1,2,3,…,r-1 zdefiniujmy:

FAn = {Ak,n | n<k≤r}}

FBn = {Bk,j,n | n<k≤r ∧ n<j≤r+1}

FCn = {Ck,j,n | n<k≤r ∧ n<j≤r+1}

Wtedy wszystkie klasy Foaty we właściwym porządku to:

[FA1][FB1][FC1] [FA2][FB2][FC2] … [FAr-1][FBr-1][FCr-1]

# Zawartość projektu

### Makefile

Makefile służący do budowania napisanych w C programów

### in.txt, out.txt

Przykładowe wejście dla programu wykonującego eliminację Gaussa i oczekiwane wyjście

### gauss.c

Program implementujący wielowątkową eliminację Gaussa w sposób odzwierciedlający podział na klasy Foaty opisany wyżej, następnie realizuje jednowątkowy *backward substitution* i zapisuje obliczoną macierz do pliku matrix\_out.txt

### diekert.c

Program generujący plik .dot dla graphviza opisujący graf Diekerta

# Kompilacja i uruchomienie

* Program *gauss.c*  możemy zbudować komendą: make gauss
* Program *diekert.c*  możemy zbudować komendą: make diekert
* Uruchomienie obliczania macierzy odbywa się poprzez wpisanie make generate  
  Program przeczyta dane z pliku in.txt, wykona obliczenia i wydrukuje je do matrix\_out.txt
* Uruchomienie programu do generowania pliku .dot dla grafu diekerta:  
  make draw size=(rozmiar), w miejsce ‘rozmiar’ podać rozmiar macierzy  
    
  Plik .dot można wkleić do dowolnego wizualizatora online np.:  
  <https://dreampuf.github.io/GraphvizOnline/>